

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 40		DISCIPLINA Matemática
ANO(S)	12.º	
APRENDIZAGENS ESSENCIAIS		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer e aplicar a derivada da função exponencial e da função logarítmica;</li> <li>• Conhecer e aplicar os limites notáveis:</li> <li>• <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}</math> e <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}</math>.</li> </ul>

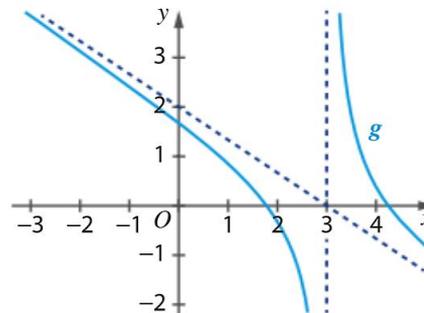
Título/Tema do Bloco:

## Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções exponenciais e logarítmicas

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .

O gráfico de  $g$  possui uma assíntota vertical e uma assíntota oblíqua que passa pelos pontos de coordenadas  $(0, 2)$  e  $(3, 0)$ .



Indica o valor do seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{\ln x - g(x)}{x} \right]$$

- (A)  $\frac{3}{2}$       (B)  $\frac{2}{3}$       (C) 3      (D)  $-\frac{2}{3}$

Adaptado de *Novo Ípsilon 12*, Porto Editora

2. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por:

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$$

Sem recorrer à calculadora, determina a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissa 1.

Adaptado de *Exame Nacional de 12.º ano - 2004*, 2.ª Fase

3. Considera a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^x}{x} & \text{se } x < 0 \\ \ln(x^2 + 1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

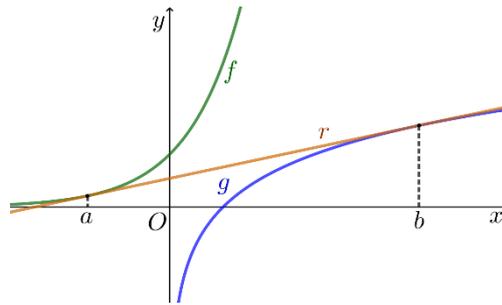
Estuda a continuidade da função  $h$  em  $x = 0$ , recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano - 2010, Época especial

4. Na figura estão representadas graficamente duas funções  $f$  e  $g$ , de domínios  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^+$ , tais que:

$$f(x) = e^x \text{ e } g(x) = \ln x$$

A reta  $r$  é tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abcissa  $a$  e é tangente ao gráfico de  $g$  no ponto de abcissa  $b$ .



Qual das seguintes igualdades é verdadeira?

- (A)  $e^a = \frac{1}{b}$       (B)  $e^a = \ln b$       (C)  $e^{a+b} = 1$       (D)  $\ln(ab) = 1$

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano - 1999, 2.ª Fase

5. Seja  $f$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , cuja derivada,  $f'$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , é dada por:

$$f'(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$$

Estuda a função  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano - 2020, 2.ª Fase

6. Considera a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por:  $f(x) = e^x(x^2 + x)$

Sabe-se que:

- $A$  é um ponto do gráfico de  $f$ ;
- a reta tangente ao gráfico de  $f$ , no ponto  $A$ , é paralela à reta de equação  $y = 2x - 5$ .

Determina a abcissa do ponto  $A$ , recorrendo à calculadora gráfica.

Na tua resposta, deves:

- equacionar o problema;
- reproduzir o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que tiver necessidade de visualizar;
- indicar a abcissa do ponto  $A$  com arredondamento às centésimas.