

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 40		DISCIPLINA Matemática
ANO(S)	12.º	
APRENDIZAGENS ESSENCIAIS		<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer e aplicar a derivada da função exponencial e da função logarítmica; • Conhecer e aplicar os limites notáveis: • $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$.

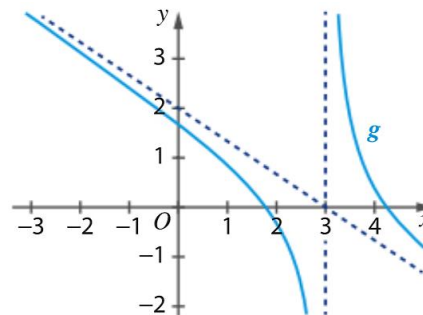
Título/Tema do Bloco:

Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções exponenciais e logarítmicas

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

O gráfico de g possui uma assíntota vertical e uma assíntota oblíqua que passa pelos pontos de coordenadas $(0, 2)$ e $(3, 0)$.



Indica o valor do seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\ln x - g(x)}{x} \right]$$

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) 3 (D) $-\frac{2}{3}$

Adaptado de *Novo Ípsilon 12*, Porto Editora

2. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por:

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$$

Sem recorrer à calculadora, determina a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 1.

Adaptado de *Exame Nacional de 12.º ano - 2004*, 2.ª Fase

3. Considera a função h , de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^x}{x} & \text{se } x < 0 \\ \ln(x^2 + 1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

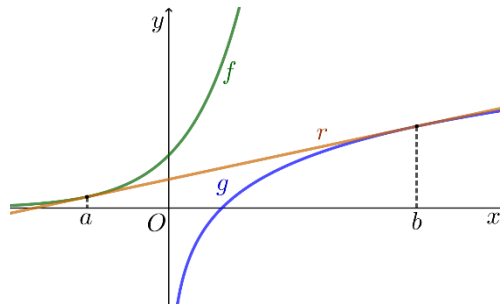
Estuda a continuidade da função h em $x = 0$, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano - 2010, Época especial

4. Na figura estão representadas graficamente duas funções f e g , de domínios \mathbb{R} e \mathbb{R}^+ , tais que:

$$f(x) = e^x \text{ e } g(x) = \ln x$$

A reta r é tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa a e é tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa b .



Qual das seguintes igualdades é verdadeira?

- (A) $e^a = \frac{1}{b}$ (B) $e^a = \ln b$ (C) $e^{a+b} = 1$ (D) $\ln(ab) = 1$

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano - 1999, 2.ª Fase

5. Seja f uma função, de domínio \mathbb{R}^+ , cuja derivada, f' , de domínio \mathbb{R}^+ , é dada por:

$$f'(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$$

Estuda a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano - 2020, 2.ª Fase

6. Considera a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por: $f(x) = e^x(x^2 + x)$

Sabe-se que:

- A é um ponto do gráfico de f ;
- a reta tangente ao gráfico de f , no ponto A , é paralela à reta de equação $y = 2x - 5$.

Determina a abcissa do ponto A , recorrendo à calculadora gráfica.

Na tua resposta, deves:

- equacionar o problema;
- reproduzir o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que tiver necessidade de visualizar;
- indicar a abcissa do ponto A com arredondamento às centésimas.